

Aula 9

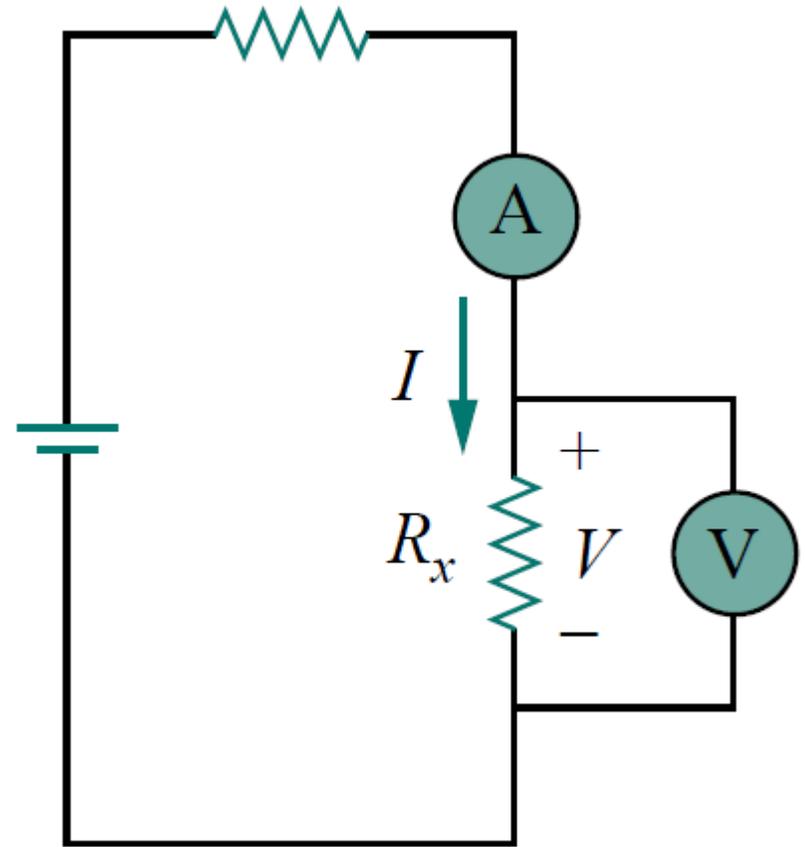
Equivalência
Conversão $Y-\Delta$ e $\Delta-Y$

Circuitos Elétricos I

Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

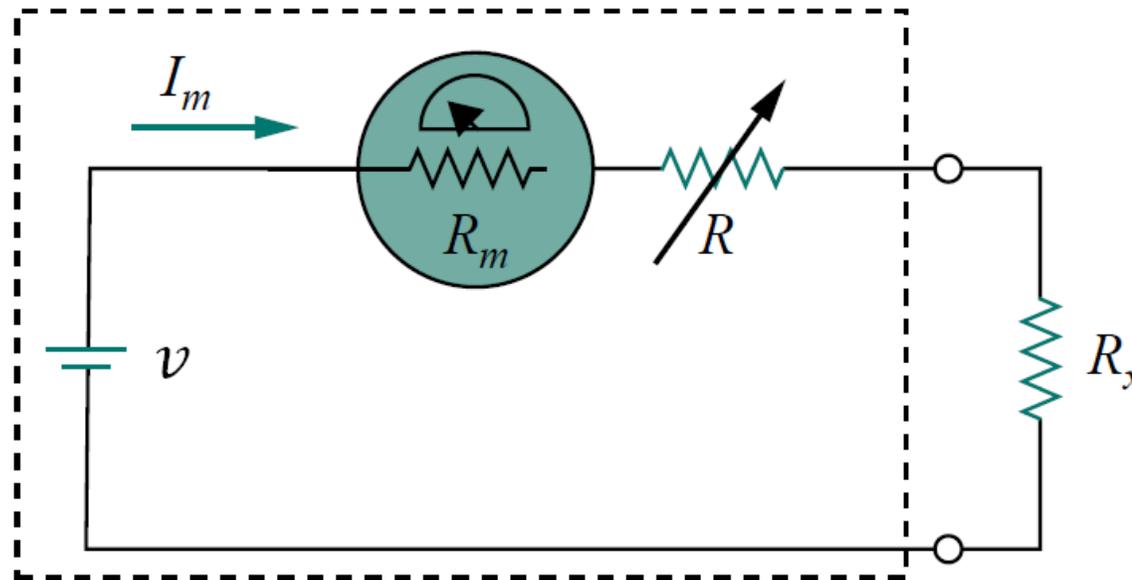
Medir resistância de forma indireta

$$R_x = \frac{V_{\text{voltmetro}}}{I_{\text{ampermetro}}}$$

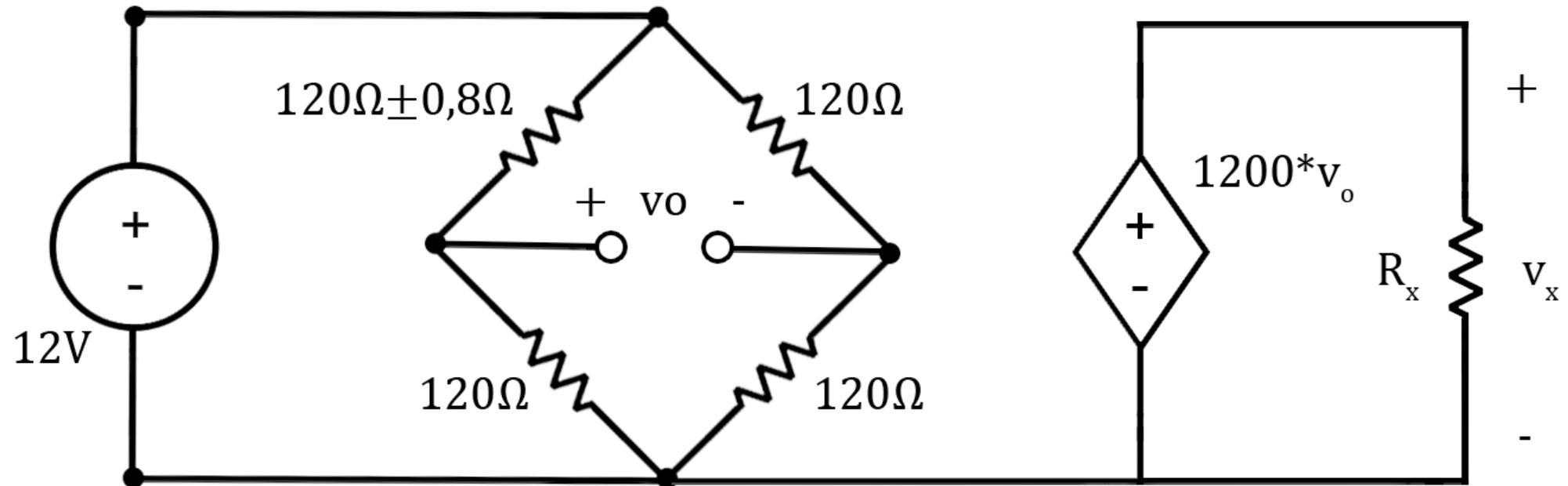


Medir resistância de forma direta

A resistência R deve ser selecionada de modo que, em curto circuito, a corrente im alcance o fundo da escala. Assim, a resistência R_x resultará em uma deflexão anti-horária do ponteiro do medidor.



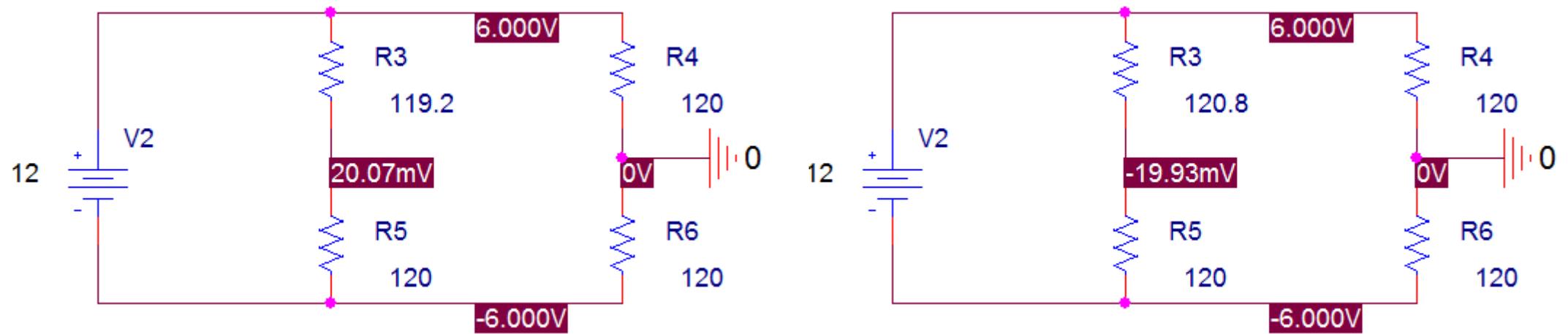
Strain Gage – Estudo de caso



Amplificando v_o resultamos no seguinte *range*

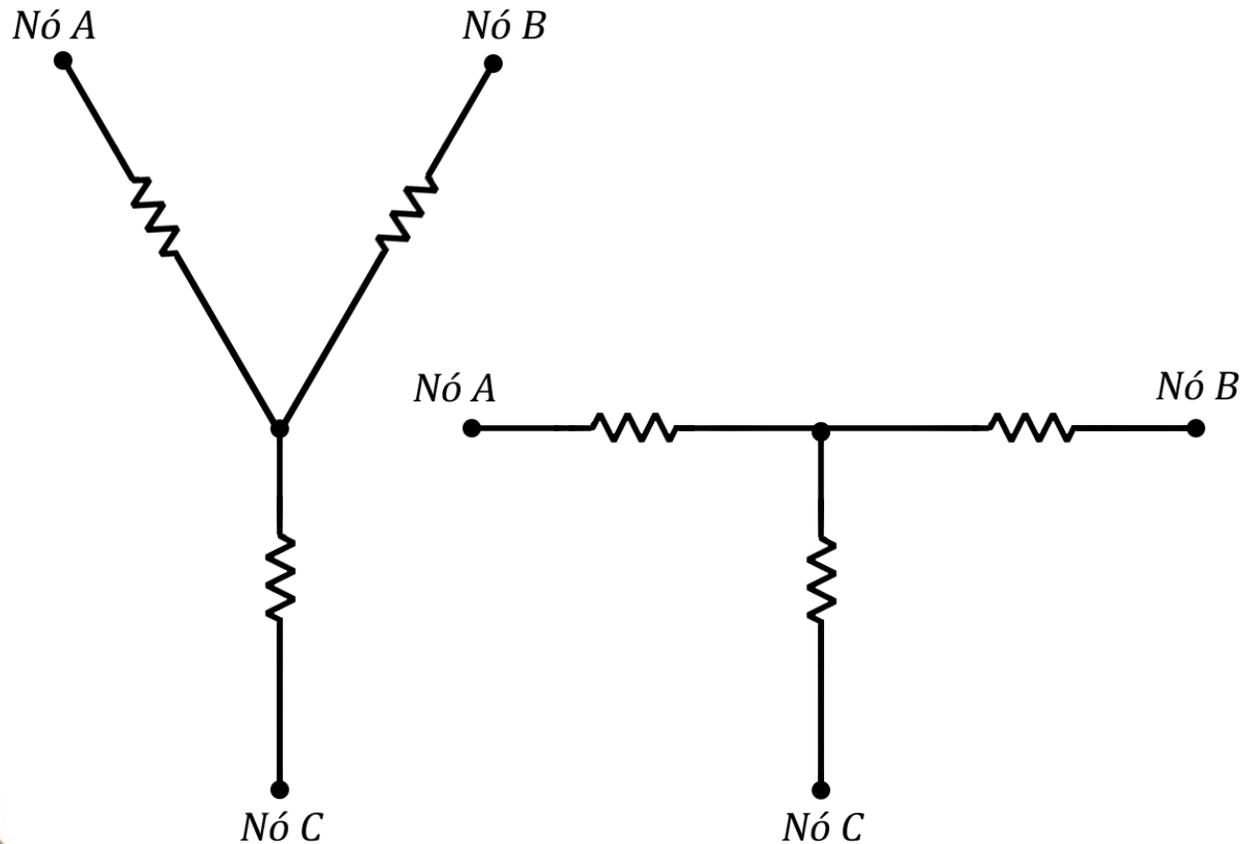
v_x varia entre -24v a 24v

Ponte de Wheatstone

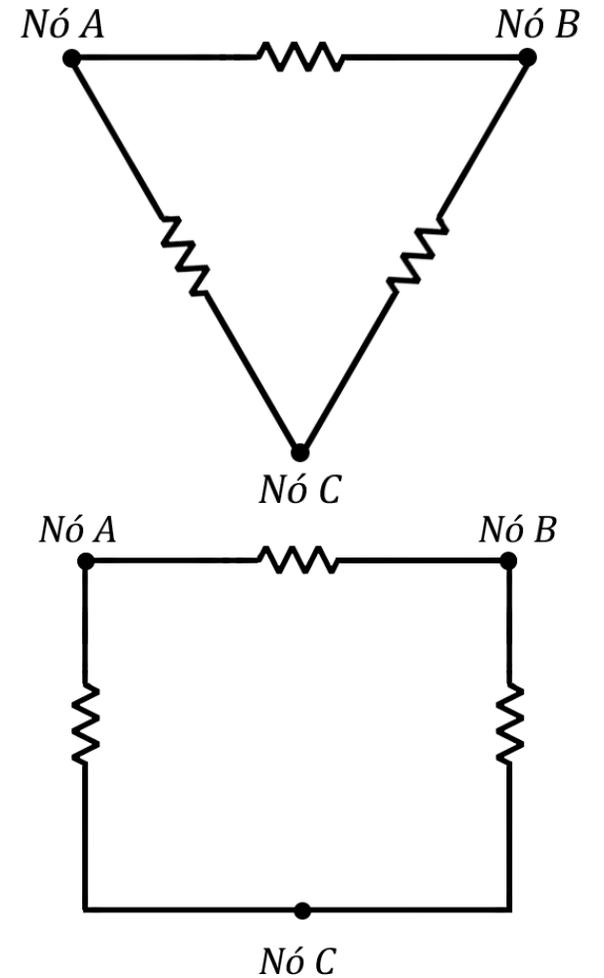


Configurações Triângulo - Estrela

Configuração: *Y ou T ou estrela*

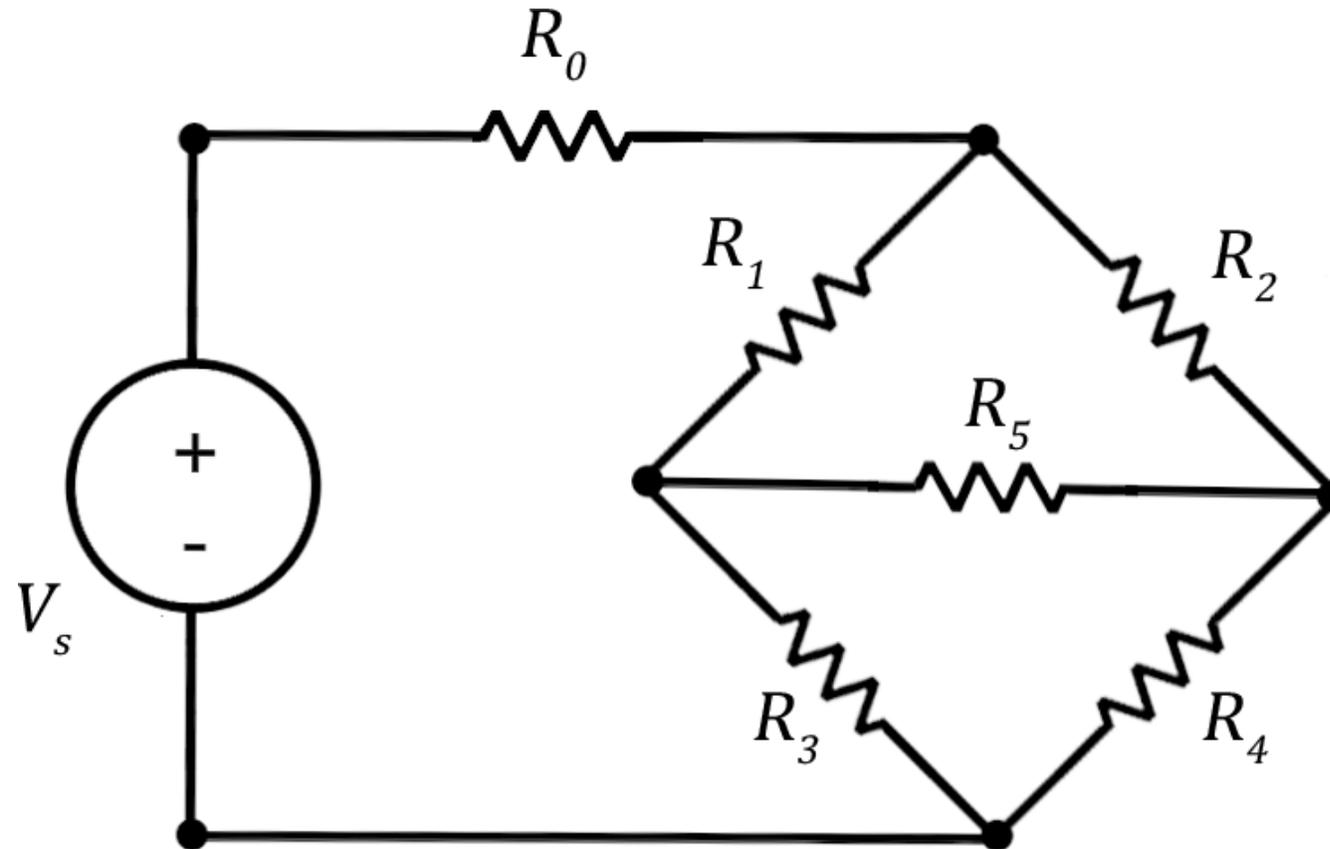


Configuração: Δ ou π ou *triângulo*



Configurações Triângulo - Estrela

Exercício: Identifique as configurações Y e as configurações Δ .



Configurações Triângulo - Estrela

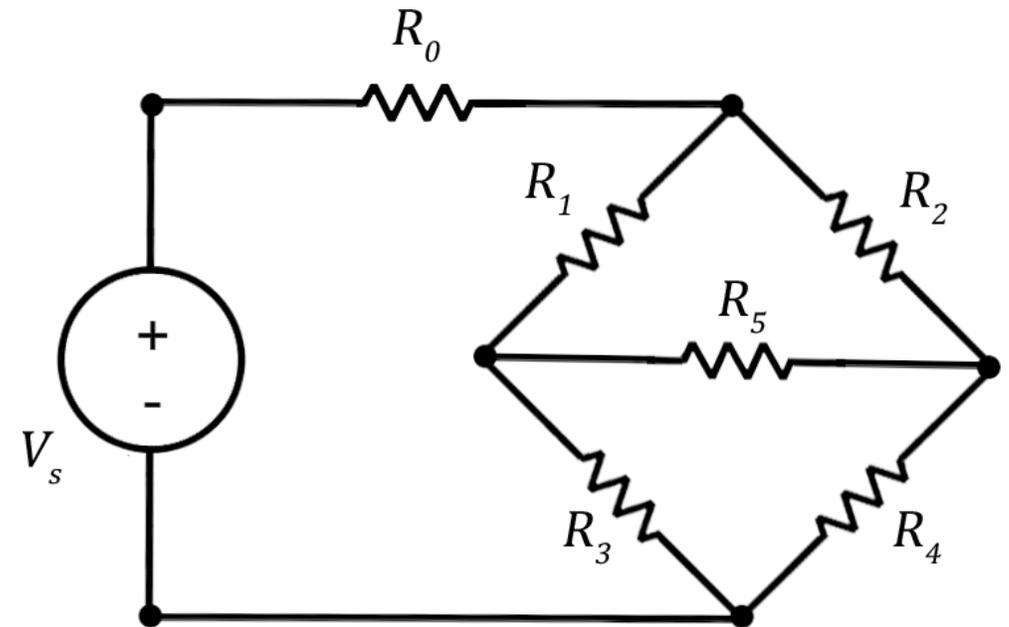
Exercício: Identifique as configurações T e as configurações delta.

Configuração T

- 1) $R_0 - R_1 - R_2$
- 2) $R_1 - R_3 - R_5$
- 3) $R_2 - R_4 - R_5$

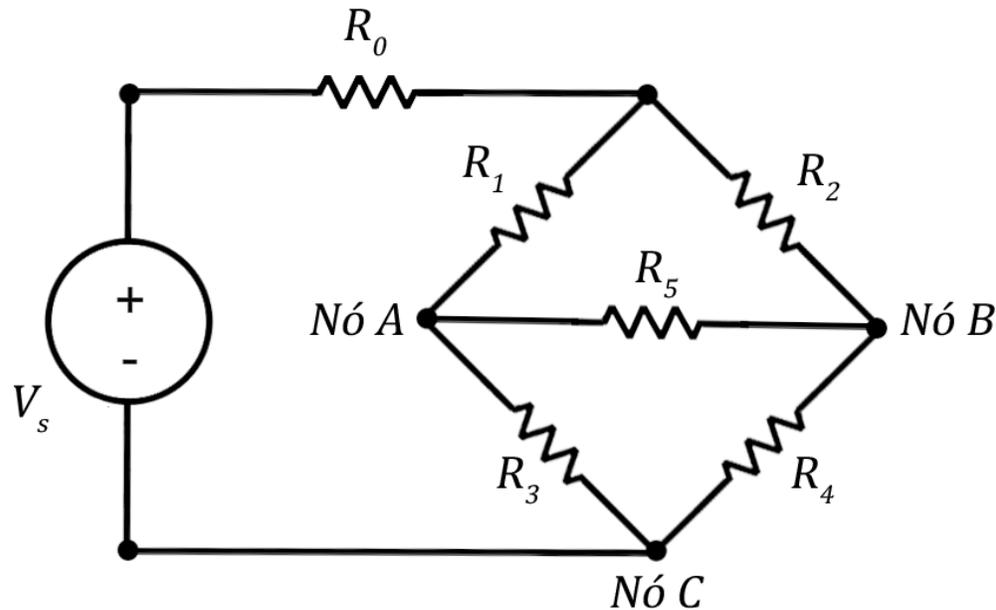
Configuração Δ

- 1) $R_1 - R_2 - R_5$
- 2) $R_3 - R_4 - R_5$



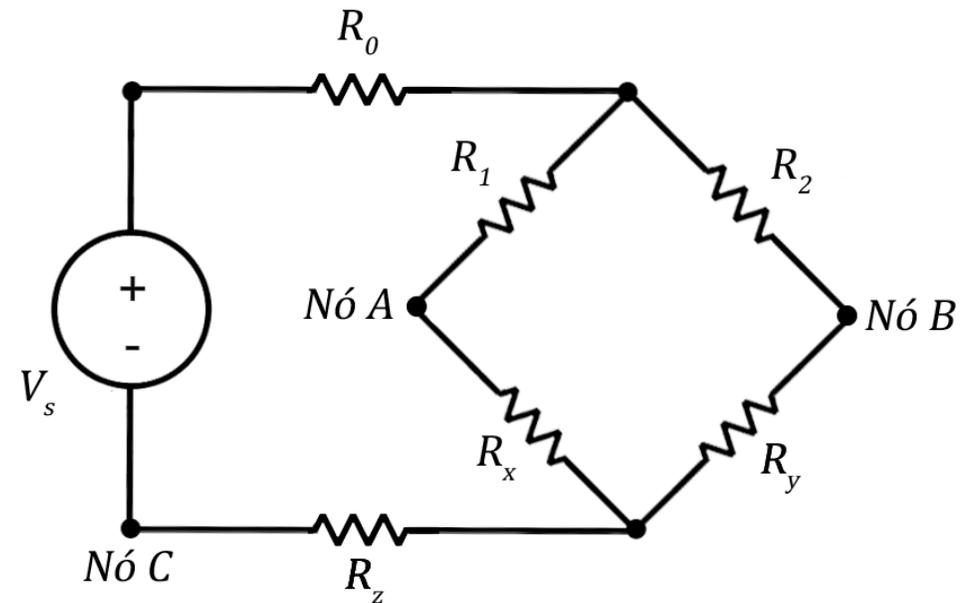
Configurações Triângulo - Estrela

Primeiramente vamos realizar as conversões apenas de forma gráfica (sem cálculos)
Para isso fixe os nós da conversão e redesenhe o circuito com a nova configuração



$$i_s = ?$$

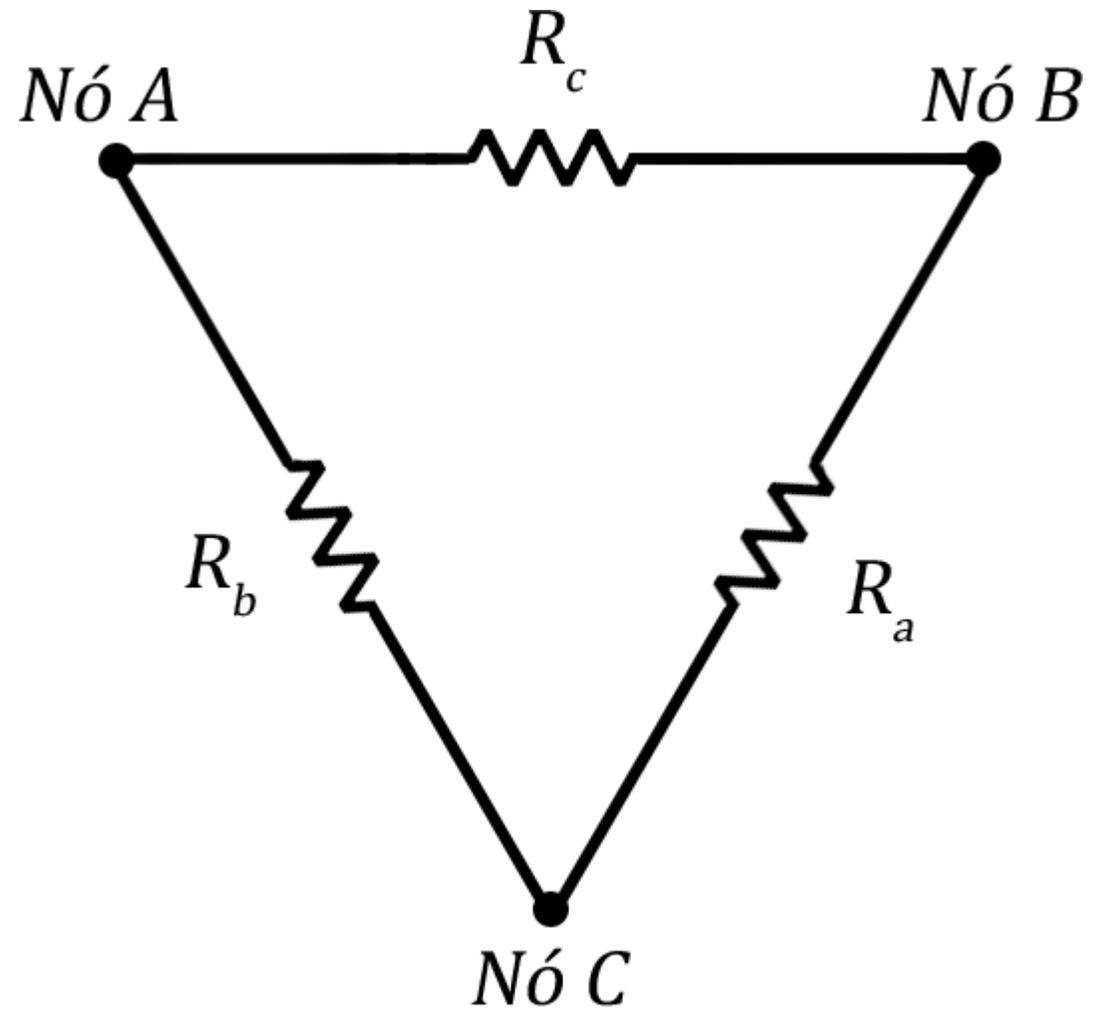
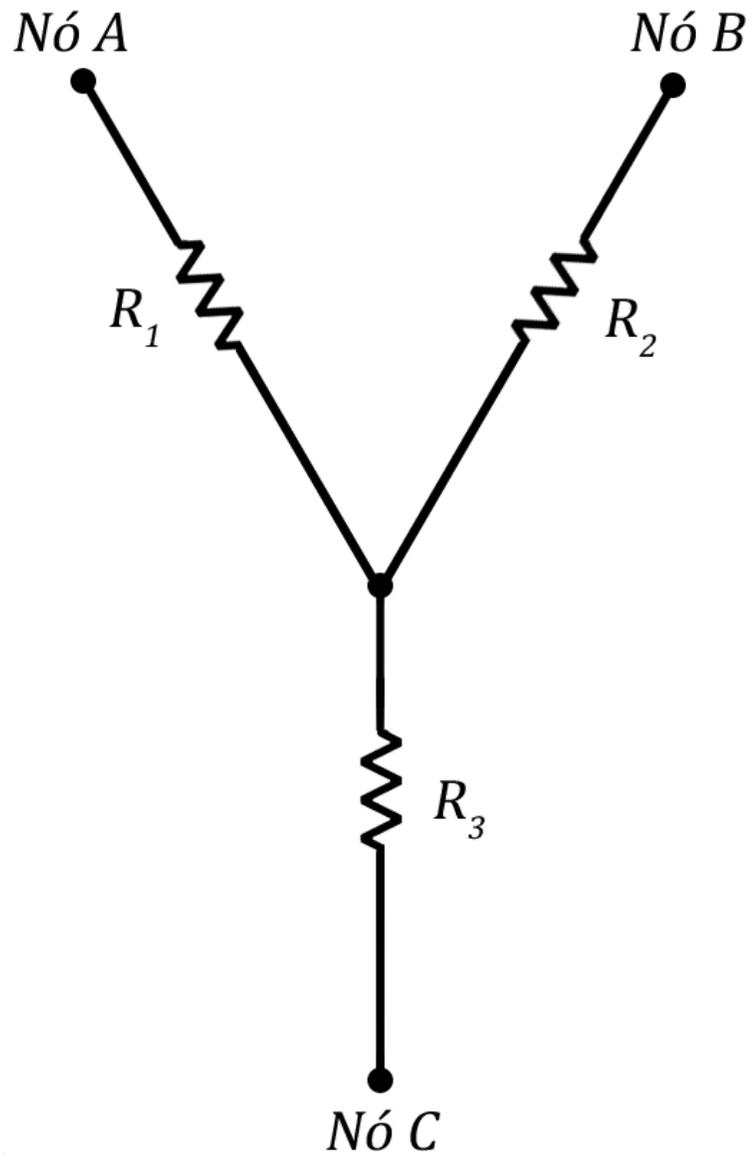
Seria necessário equacionar esse sistema utilizando LKT e LKC.



$$i_s = \frac{v_s}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \left((R_1 + R_x) \parallel (R_x + R_y) \right) + R_z + R_0$$

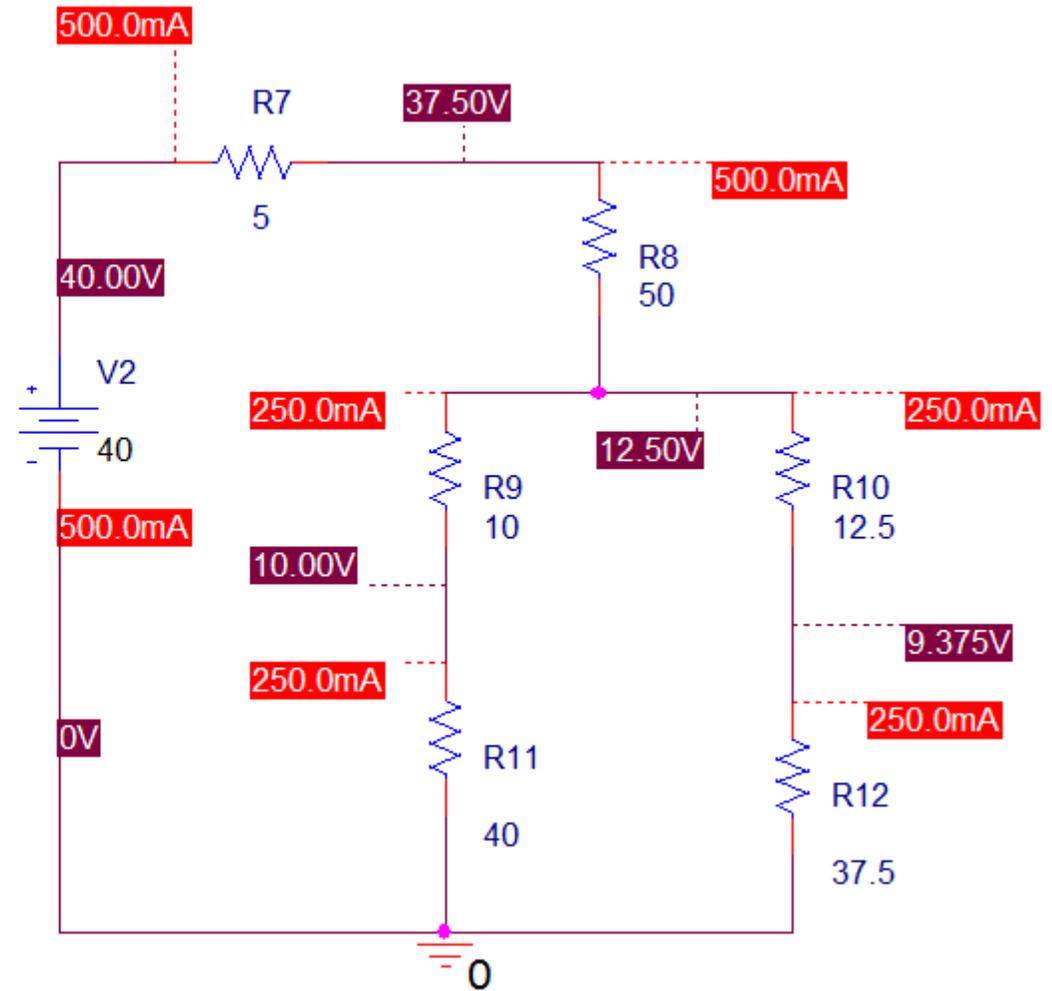
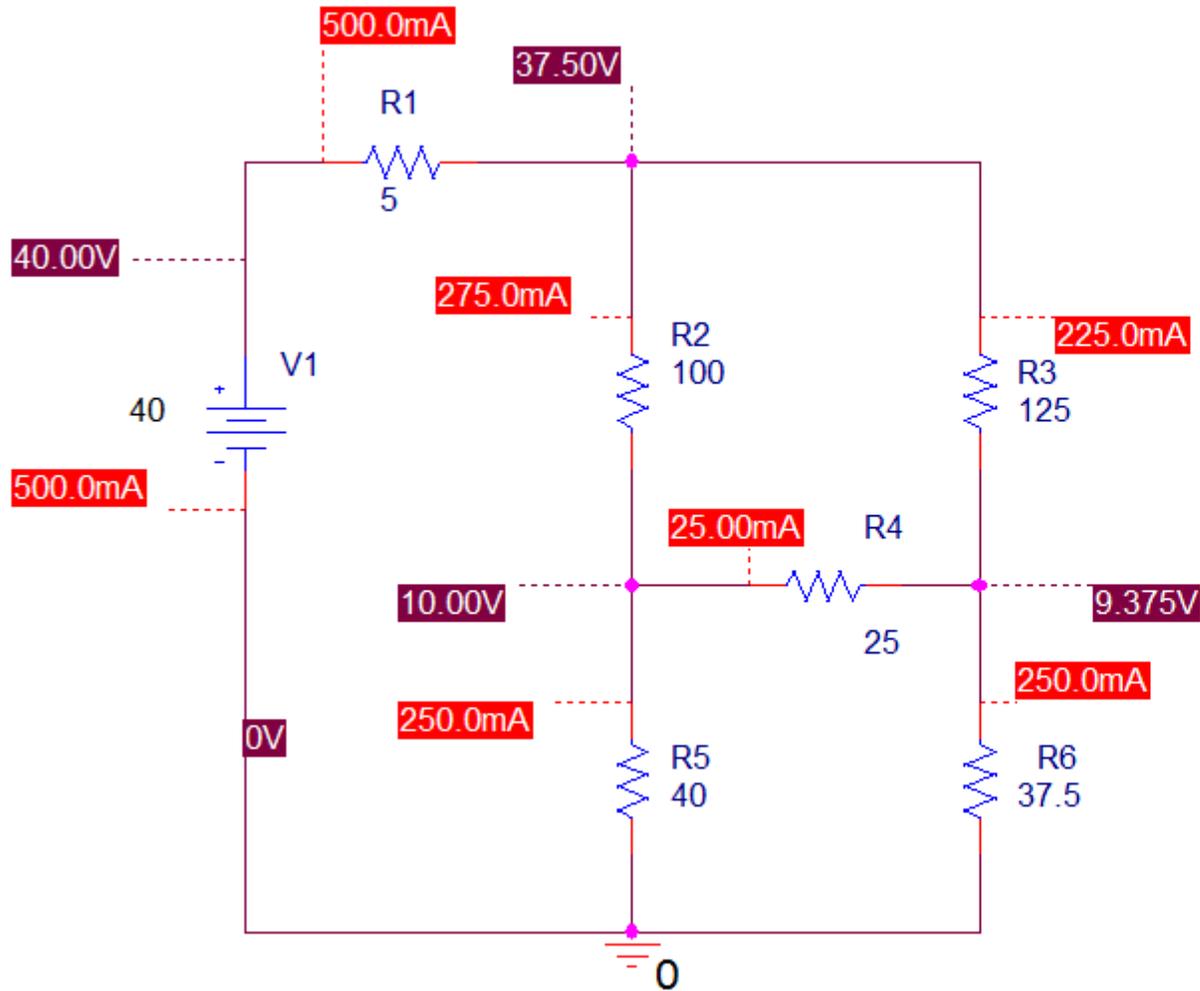
Configurações Triângulo - Estrela



Configurações Triângulo - Estrela

Para calcularmos as expressões que convertem as configurações, devemos considerar uma relação de **equivalência em relação a 3 terminais** (Nó A, Nó B e Nó C). Se, por exemplo, conectarmos uma fonte de tensão entre os Nós A-B da configuração T, a corrente que flui pela fonte deverá ser a mesma se conectarmos a mesma fonte entre os Nós A-B da configuração Δ . Essa relação deverá ser obedecida para todos os 3 nós de equivalência.

Configurações Triângulo - Estrela



Dedução da conversão

$$\text{Nós } A - C \rightarrow (R_c + R_a) \parallel R_b = R_1 + R_3$$

$$\text{Nós } A - B \rightarrow (R_a + R_b) \parallel R_c = R_1 + R_2$$

$$\text{Nós } B - C \rightarrow (R_b + R_c) \parallel R_a = R_2 + R_3$$

$$\text{Nós } A - C \rightarrow \frac{(R_c + R_a) \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_3$$

$$\text{Nós } A - B \rightarrow \frac{(R_a + R_b) \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_2$$

$$\text{Nós } B - C \rightarrow \frac{(R_b + R_c) \cdot R_a}{R_a + R_b + R_c} = R_2 + R_3$$

Isolando R_1 , R_2 e R_3 teremos a relação Δ - Y .

Isolando R_a , R_b e R_c teremos a relação Y - Δ .

Dedução da conversão Δ -Y

$$R_{den} = R_a + R_b + R_c$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b + R_b R_c}{R_{den}} - R_1$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c + R_b R_c}{R_{den}} - R_1$$

$$\frac{R_a R_b + R_a R_c}{R_{den}} = \frac{R_a R_b + R_b R_c}{R_{den}} + \frac{R_a R_c + R_b R_c}{R_{den}} - 2 \cdot R_1$$

$$R_a R_b + R_a R_c = R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c + R_b R_c - 2 \cdot R_1 \cdot R_{den}$$

$$2 \cdot R_1 \cdot R_{den} = 2 \cdot R_b R_c$$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

Equações para conversão

$\Delta - Y$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$Y - \Delta$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$$

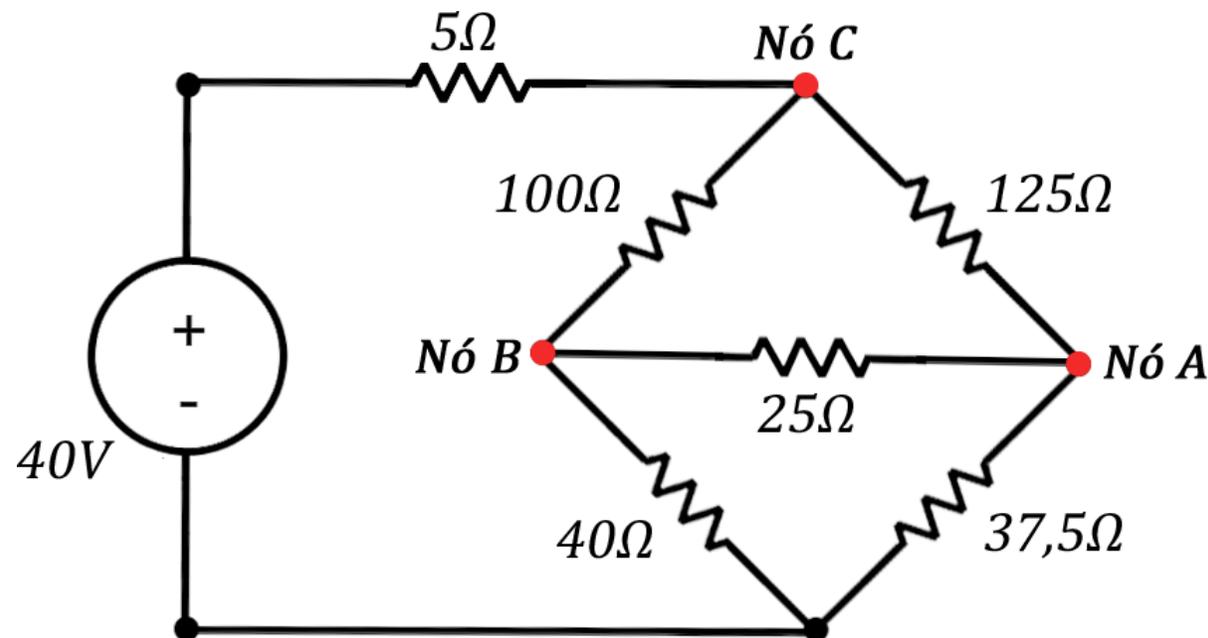
$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$$

Exemplo de conversão

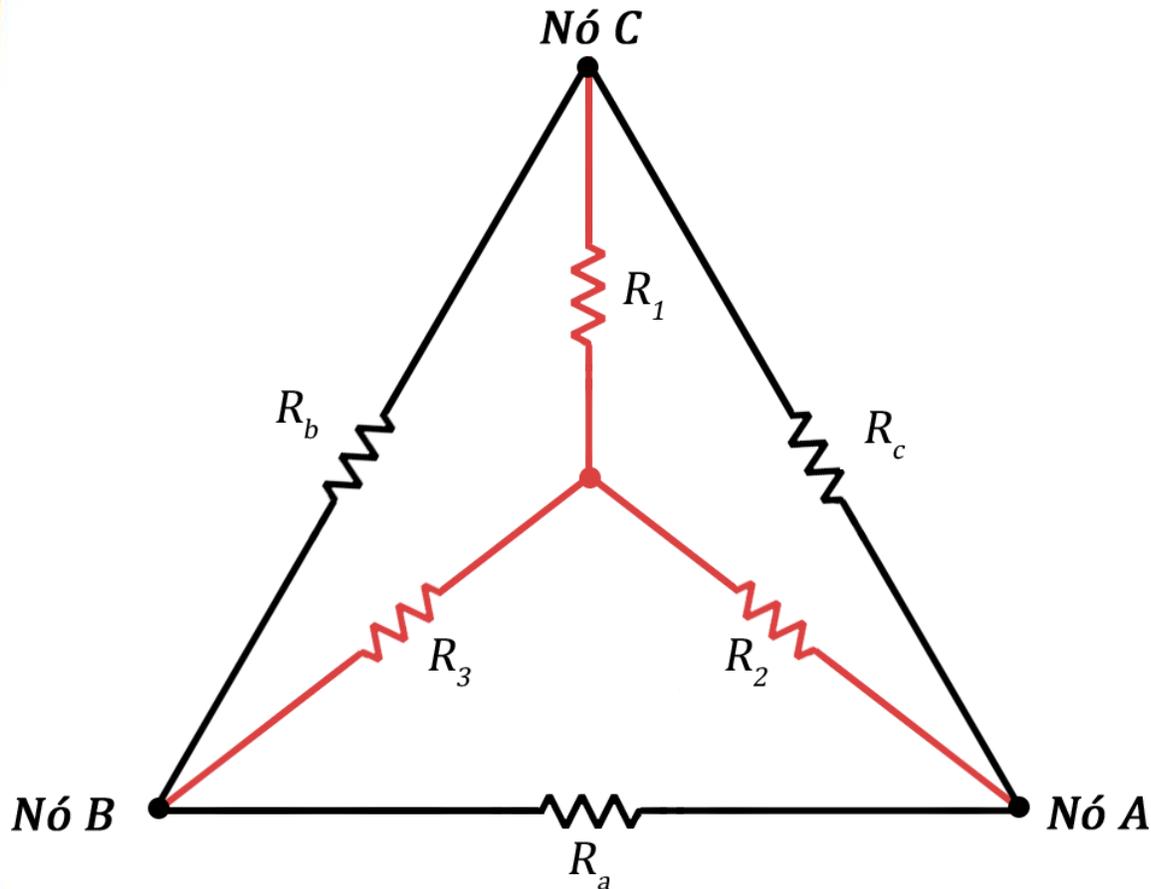
Exemplo: Calcule a potência da fonte de 40V.

Note que a ponte não está equilibrada ($100 \cdot 37,5 \neq 125 \cdot 40$), portanto teremos que calcular o equivalente

Etapa 1: Identificar a conversão que melhor simplifica o circuito (a ordem não é relevante);



Exemplo de conversão

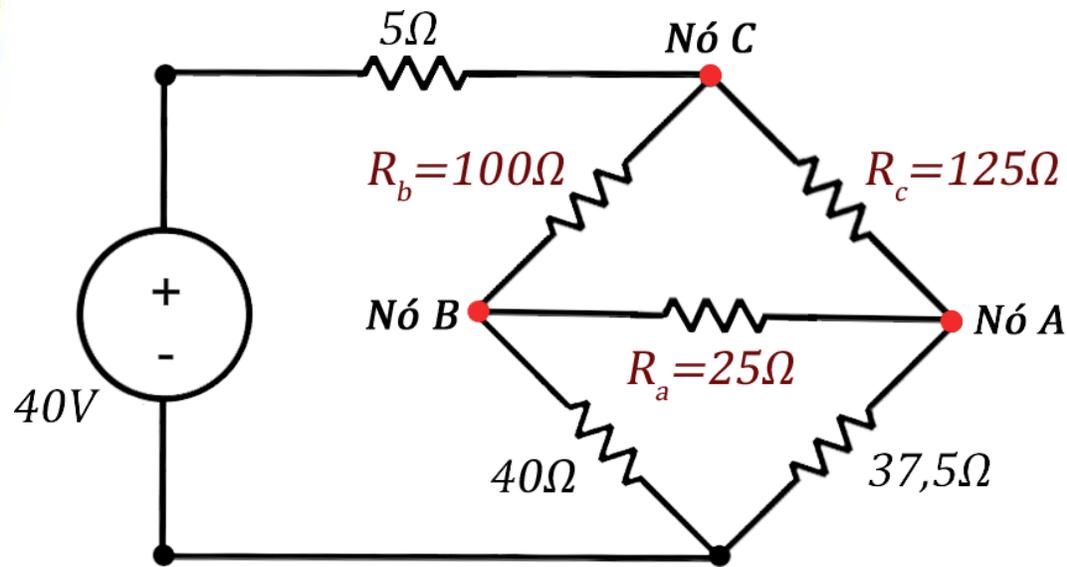


Etapa 2 – Desenhe um gabarito com as duas configurações sobrepostas;

Etapa 3 – Posicione os resistores R_1 , R_2 e R_3 na configuração Y (a ordem não importa);

Etapa 4 – Entre os nós que estiverem os resistores R_1 e R_2 , posicione o R_c , entre os resistores R_1 e R_3 posicione o R_b , entre os resistores R_2 e R_3 posicione o R_a (use a lógica 12C, 1B3 e A23);

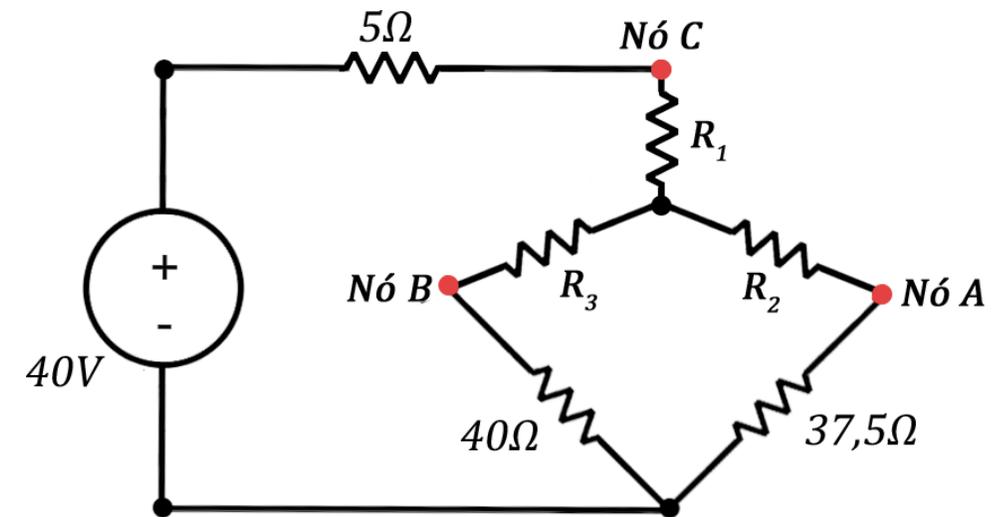
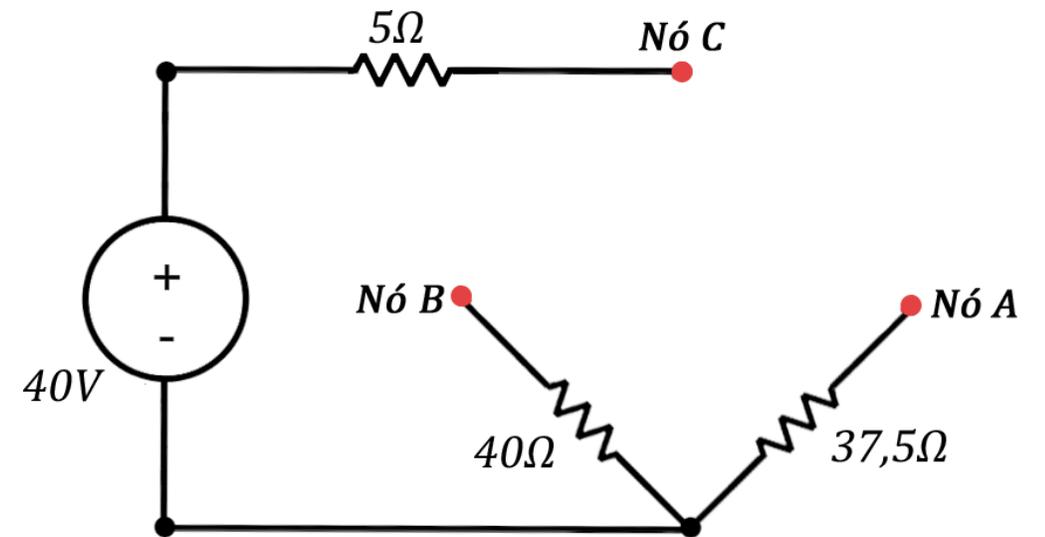
Exemplo de conversão



Etapa 5 - Indique os resistores na configuração original;

Etapa 6 - Apague os resistores da configuração original, mas mantenha os nós;

Etapa 7 - Desenhe a nova configuração, tendo como base os nós da configuração anterior; e



Exemplo de conversão

Etapa 8 – Use as equações adequadas para as transformações, neste caso Δ -Y.

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_a = 25\Omega \quad R_b = 100\Omega \quad R_c = 125\Omega$$

$$R_{den} = R_a + R_b + R_c = 250\Omega$$

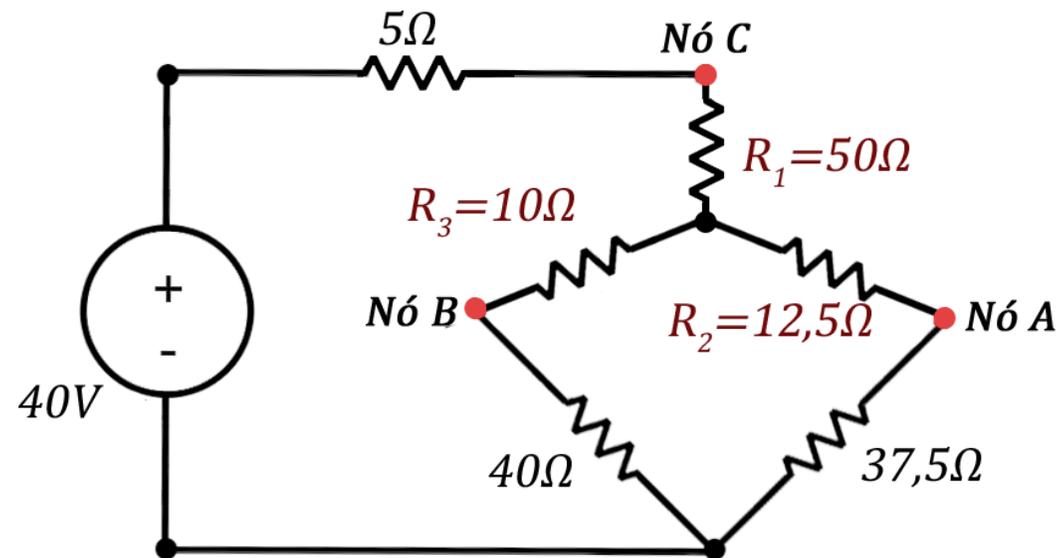
$$R_1 = \frac{100 \cdot 125}{250} = \mathbf{50\Omega}$$

$$R_2 = \frac{25 \cdot 125}{250} = \mathbf{12,5\Omega}$$

$$R_3 = \frac{25 \cdot 100}{250} = \mathbf{10\Omega}$$

Exemplo de conversão

Etapa 9 – Calcule a resistência equivalente, calcule a corrente que flui pela fonte e a potência.

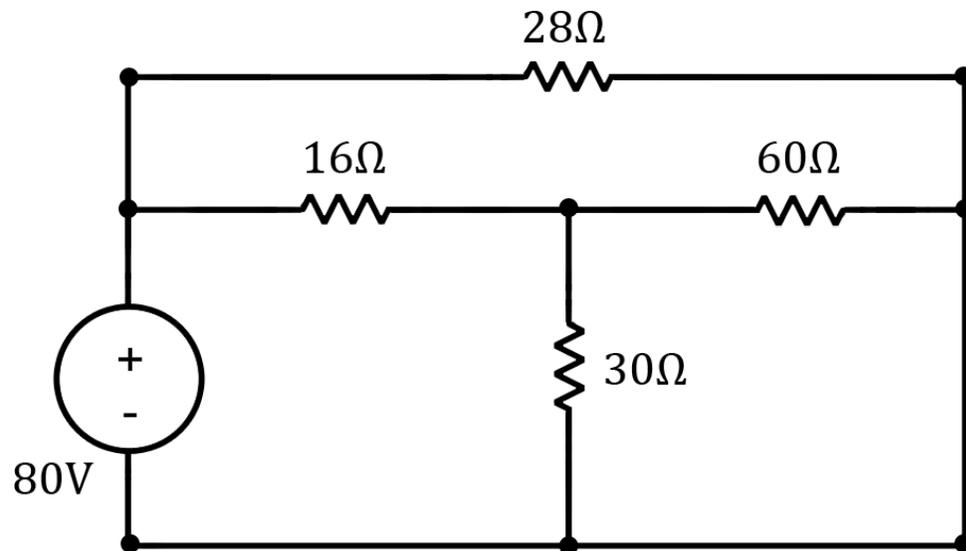


$$R_{eq} = ((10 + 40) || (12,5 + 37,5)) + 50 + 5 = 80\Omega$$

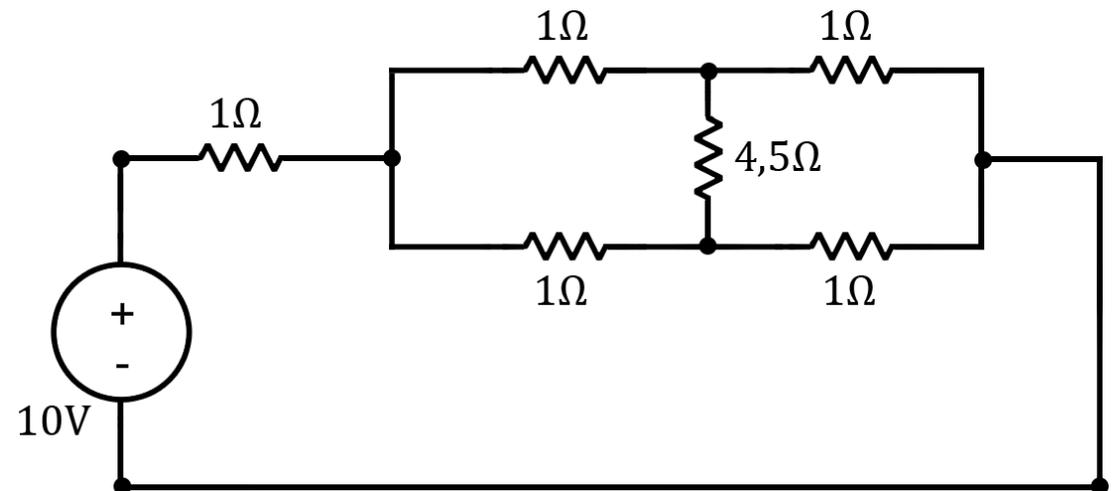
$$i_{40v} = \frac{40}{80} = 0,5A$$

$$P_{40v} = 0,5 \cdot 40 = 20W$$

Exercício: Calcule a potência das fontes.



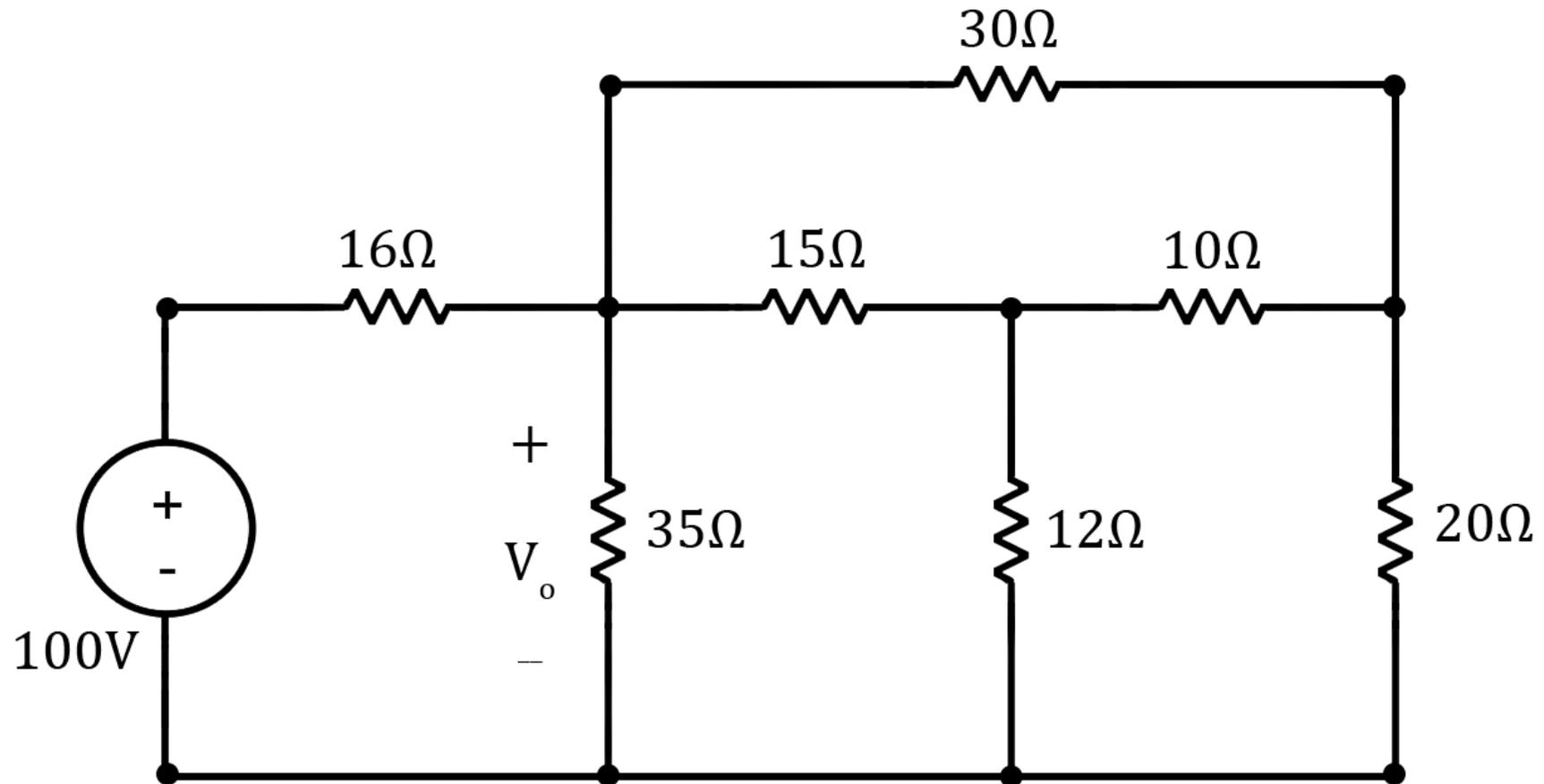
Resposta: -406,35W



Resposta: -50W

Exercício: Calcule V_o .

Resposta: 42,18V



Exercícios

Exercício: Calcule V_o .

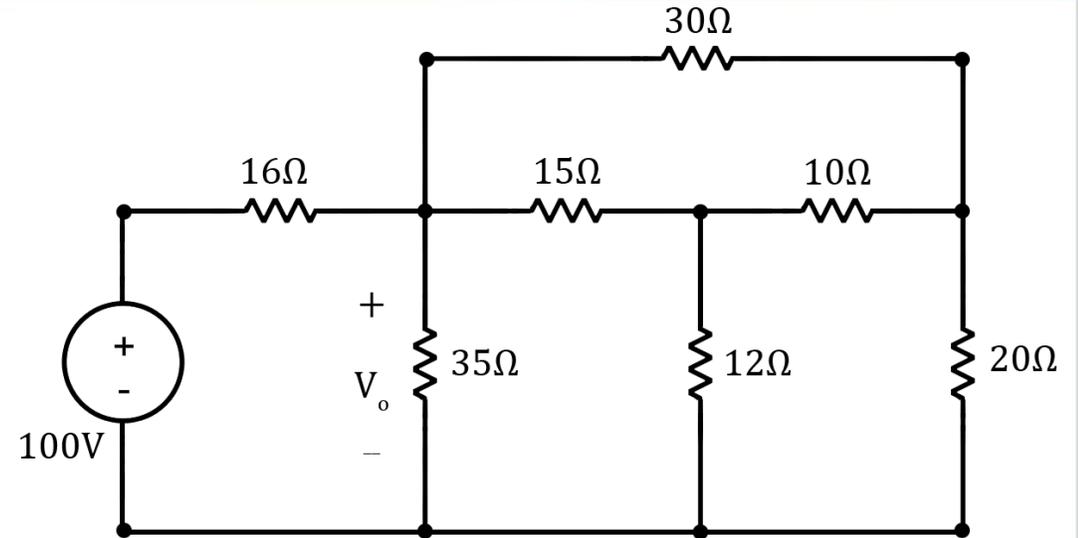
$$R_{num} = R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3$$

$$R_{num} = 15 \cdot 10 + 15 \cdot 12 + 10 \cdot 12 = 450\Omega$$

$$R_a = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1} = \frac{450}{15} = 30$$

$$R_b = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2} = \frac{450}{10} = 45$$

$$R_c = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_3} = \frac{450}{12} = 37,5\Omega$$



$$30 \parallel 20 = 12\Omega$$

$$37,5 \parallel 30 = 16,67\Omega$$

$$45 \parallel 35 = 19,69\Omega$$

$$19,69 \parallel (12 + 16,67) = 11,67\Omega$$

$$v_o = \frac{11,67}{16 + 11,67} \cdot 100 = 42,18V$$